Wie steil ist das?

1 Drei Straßen

Drei Straßen führen auf einen Berg. Die Längen sind auf der Karte gemessen, also waagerecht.

Straße A	Straße B	Straße C
auf der Karte 400 m lang führt 32 m nach oben	auf der Karte 150 m lang führt 15 m nach oben	auf der Karte 600 m lang führt 36 m nach oben

a) Welche Straße ist am steilsten? Welche ist am flachsten? Begründe.

Auf 100 m führt A 8 m, B 10 m und C 6 m nach oben. B ist am steilsten, C am flachsten - obwohl C am höchsten hinaufführt und B am wenigsten.

b) An Straße B steht ein Verkehrsschild mit 10 %. Was bedeutet das?

Auf 100 m nach vorn geht es 10 m nach oben.

c) Welche Prozentangaben gehören an Straße A und an Straße C?

A: 8 % C: 6 %

2 Straße B als Funktion

Du fährst Straße B hinauf. $H(x)$ gibt die Höhe an, wenn du auf der Karte x Meter weit gekommen bist.

a) Fülle die Tabelle aus.

Strecke auf der Karte x [m]	0	20	50	150
Höhe $H(x)$ [m]	0	2	5	15

b) Um wie viel steigt die Höhe, wenn du auf der Karte 1 m weiterkommst?

um 0,1 m, also 10 cm

c) Stelle eine Gleichung für H auf.

$H(x) = 0{,}1x$

CC BY-NC-SA 4.0 · Patrick Saul

Info 1: Ursprungsgerade und Steigung

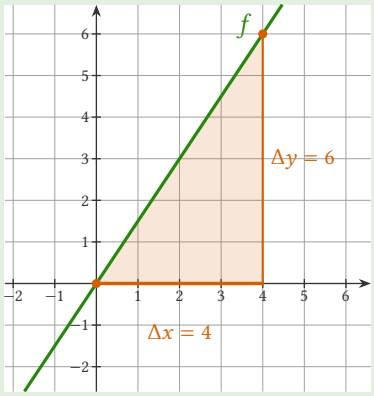
Ursprungsgerade $f(x) = m \cdot x$
Gerade durch den Ursprung $O(0\,|\,0)$
(proportionale Funktion)

Steigung m Wird x um 1 größer, ändert sich $f(x)$ um m.

Steigungsdreieck Von der Geraden nach rechts, dann nach oben oder unten:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{Höhenänderung}}{\text{Längenänderung}}$$

Lage $m > 0$: steigt $\quad m < 0$: fällt $\quad m = 0$: waagerecht



$f(x) = 1{,}5x$: $m = \frac{6}{4} = 1{,}5$

Info 2: Steigung in Prozent

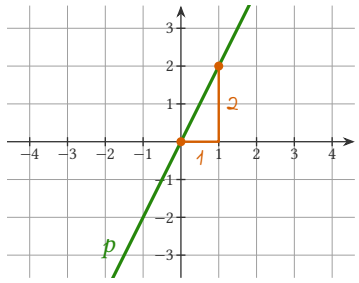
$12\,\% = \frac{12}{100} = 0{,}12$

Beispiel: Eine Straße führt auf 250 m Länge 30 m nach oben:
$m = \frac{30}{250} = 0{,}12 = 12\,\%$. Auf 100 m geht es also 12 m nach oben.

3 Steigung ablesen

Zeichne in jedes Bild ein Steigungsdreieck in einer anderen Farbe. Markiere seinen Anfang und sein Ende auf der Geraden mit einem Punkt. Schreibe die Koordinaten der beiden Punkte auf. Bestimme die Steigung m und schreibe die Funktionsgleichung auf.

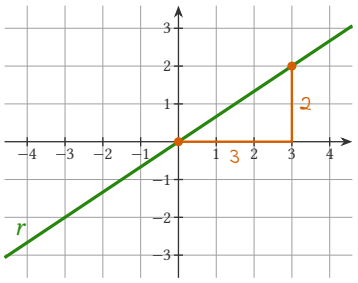
a)



z. B. (0 | 0) (1 | 2)

$m =$ 2 $\quad p(x) =$ $2x$

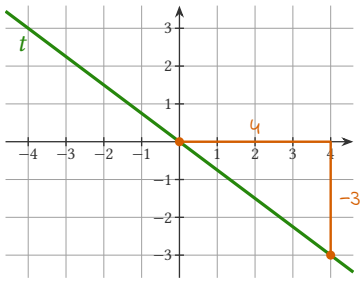
c)



z. B. (0 | 0) (3 | 2)

$m =$ $\frac{2}{3}$ $\quad r(x) =$ $\frac{2}{3}x$

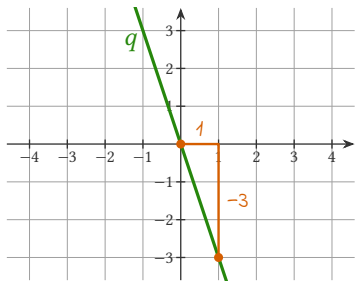
e)



z. B. (0 | 0) (4 | −3)

$m =$ $-\frac{3}{4}$ $\quad t(x) =$ $-\frac{3}{4}x$

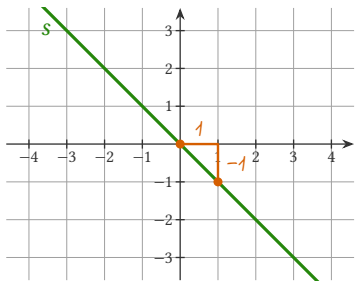
b)



z. B. (0 | 0) (1 | −3)

$m =$ -3 $\quad q(x) =$ $-3x$

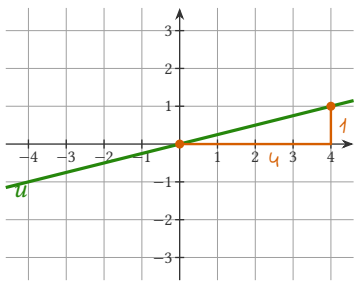
d)



z. B. (0 | 0) (1 | −1)

$m =$ -1 $\quad s(x) =$ $-x$

f)

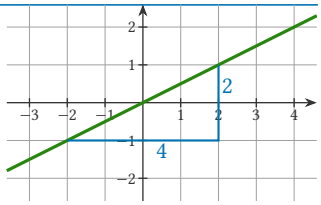


z. B. (0 | 0) (4 | 1)

$m =$ $\frac{1}{4}$ $\quad u(x) =$ $\frac{1}{4}x$

CC BY-NC-SA 4.0 · Patrick Saul

4 Lenas Steigungsdreieck Fehlersuche



Lena hat ein Steigungsdreieck gezeichnet. Sie schreibt: $m = \frac{4}{2} = 2$

a) Was hat Lena falsch gemacht?

Sie hat Längenänderung durch Höhenänderung gerechnet. Richtig ist Höhenänderung durch Längenänderung.

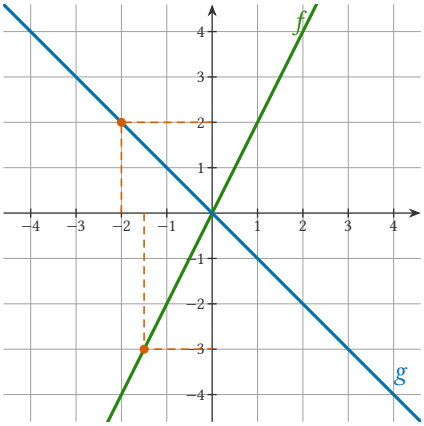
b) Wie groß ist die Steigung wirklich?

$m = \frac{2}{4} = 0{,}5$

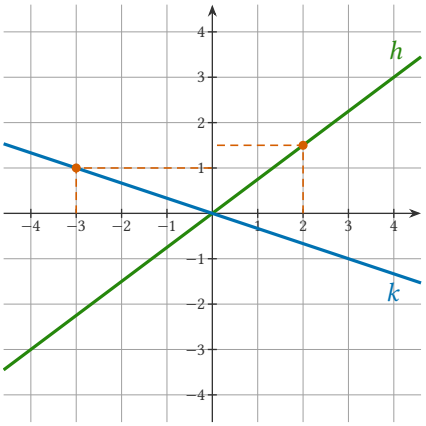
5 Ursprungsgeraden zeichnen

a) Zeichne die Graphen der Funktionen. Nimm unterschiedliche Farben. Schreibe an jede Gerade ihren Namen.

$f(x) = 2x$ $\quad g(x) = -x$



$h(x) = 0{,}75x$ $\quad k(x) = -\frac{1}{3} \cdot x$



b) Lies die Funktionswerte ab.

$f(-1{,}5) = -3$ $\quad g(-2) = 2$ $\quad h(2) = 1{,}5$ $\quad k(-3) = 1$

6 Steigung in Prozent

Gib die Steigung in Prozent an.

a) $m = 0{,}04 = 4\,\%$ $\quad$ b) $m = -0{,}15 = -15\,\%$ $\quad$ c) $m = 1 = 100\,\%$

Gib die Steigung als Dezimalzahl an.

d) $m = 18\,\% = 0{,}18$ $\quad$ e) $m = -8\,\% = -0{,}08$ $\quad$ f) $m = 2{,}5\,\% = 0{,}025$

g) Ein Laufband ist auf 5 % Steigung eingestellt. Du läufst 2 km. Wie viele Höhenmeter sind das?

5 % heißt: 5 m nach oben auf 100 m.
2 km = 2000 m, also $20 \cdot 5$ m = 100 m.

CC BY-NC-SA 4.0 · Patrick Saul

7 Geht's da noch hoch?

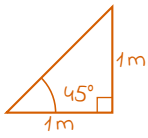
Eine Straße hat 100 % Steigung.

a) Tim sagt: „100 % heißt senkrecht nach oben." Stimmt das? Begründe.

Wortspeicher: waagerecht · senkrecht · Steigungsdreieck · Höhenänderung · Längenänderung

Nein. 100 % = 1: Auf 1 m nach vorn geht es 1 m nach oben. Die Straße steigt schräg an. Senkrecht hieße: nach oben, ohne nach vorn zu kommen - dafür gibt es keine Steigung.

b) Wie groß ist der Winkel zwischen der Straße und der Waagerechten?



45°. Gemessen mit dem Geodreieck, oder begründet: Das Dreieck hat zwei gleich lange Seiten, also zwei gleiche Winkel. Zusammen sind sie 90°, jeder also 45°.

c) Kommt ein normales Auto eine solche Straße noch hoch? Was meinst du?

Offen - deine Meinung mit Begründung. Die Auflösung gibt es an der Tafel.

8 Die Garage am Hang

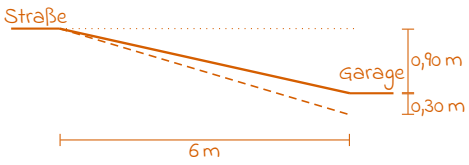
Familie Berger baut ein Haus am Hang. Die Garage liegt tiefer als die Straße. Von der Garage bis zur Straße sind es 6 m, waagerecht gemessen. Nach Plan liegt der Garagenboden 1,20 m unter der Straße. Morgen wird das Fundament gegossen.

Regel: Eine Garagenzufahrt sollte höchstens 15 % Steigung haben.

a) Kann die Familie so bauen?

$\frac{1{,}20}{6} = 0{,}20 = 20\,\%$. Das ist mehr als 15 %: So geht es nicht.
Oder: Auf 6 m schafft die Zufahrt nur $6 \cdot 0{,}15 = 0{,}90$ m.

b) Um wie viel muss der Garagenboden höher liegen?



$1{,}20\text{ m} - 0{,}90\text{ m} = 0{,}30\text{ m}$
Der Garagenboden muss 30 cm höher liegen.

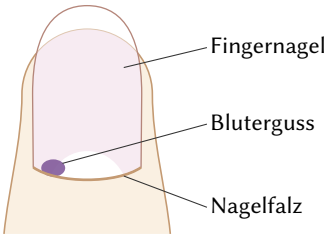
c) Was schlägst du Familie Berger vor?

Zum Beispiel: den Garagenboden 30 cm höher legen. Oder die Garage weiter von der Straße weg bauen: Bei 1,20 m Höhe braucht die Zufahrt $\frac{1{,}20}{0{,}15} = 8$ m, also 2 m mehr.

CC BY-NC-SA 4.0 · Patrick Saul

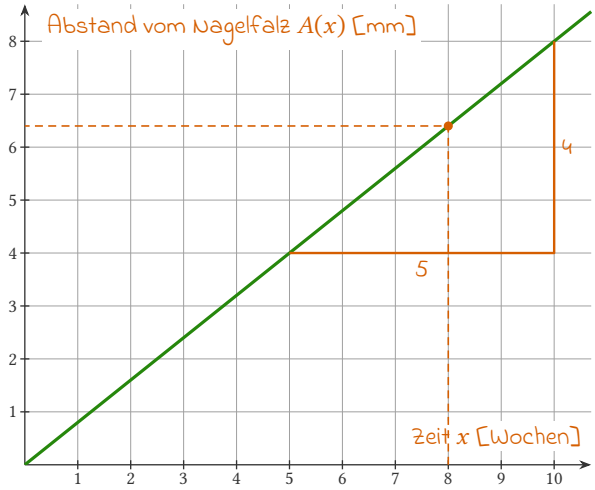
9 Der Fleck unter dem Nagel

Mia hat sich den Daumen in der Tür eingeklemmt. Unter dem Nagel ist jetzt ein Bluterguss, ein dunkler Fleck. Am Anfang ist der Fleck direkt am Nagelfalz. Der Graph zeigt, wie weit der Fleck vom Nagelfalz entfernt ist.



a) Wie oft schneidest du deine Fingernägel? Wie viel schneidest du dabei ab? Beschrifte mit diesem Wissen beide Achsen.

Etwa jede Woche ein bis zwei Millimeter.
Also unten Zeit in Wochen, oben Abstand in mm.



b) Bestimme die Steigung. Was bedeutet sie für Mia?

$m = \frac{4}{5} = 0{,}8$
Der Fleck wandert pro Woche 0,8 mm nach vorn.

c) Gib die Funktionsgleichung an.

Zum Beispiel $A(x) = 0{,}8x$

d) Prüfe deine Funktionsgleichung an der Stelle 8: Passt der Funktionswert zum Graphen? Was bedeutet er für Mia?

$A(8) = 0{,}8 \cdot 8 = 6{,}4$. Am Graphen liegt der Punkt an der Stelle 8 knapp unter 6,5: passt.
Nach 8 Wochen ist der Fleck 6,4 mm vom Nagelfalz entfernt.

e) Warum geht der Graph durch den Ursprung?

Nach 0 Wochen ist der Fleck 0 mm vom Nagelfalz entfernt. Der Funktionswert an der Stelle 0 ist 0.

f) Mias Daumennagel ist vom Nagelfalz bis zur Spitze 12 mm lang. Wann ist der Fleck herausgewachsen?

Pro Woche 0,8 mm, für 12 mm also $\frac{12}{0{,}8} = 15$ Wochen.

g) Gib für deine Funktionsgleichung aus c) einen sinnvollen Definitionsbereich an.

$\mathbb{D} = [0;\ 15]$. Vor dem Einklemmen gibt es keinen Fleck, nach 15 Wochen ist er herausgewachsen.

h) Warum stimmt die Zeit aus f) in der Realität vielleicht nicht genau?

Nägel wachsen verschieden schnell, je nach Alter, Jahreszeit und Finger.

CC BY-NC-SA 4.0 · Patrick Saul